

第三章

复杂直流电路的分析

§ 3-1 基尔霍夫定律



学习目标

1. 了解复杂电路和简单电路的区别，了解复杂电路的基本术语。
2. 掌握基尔霍夫第一定律的内容，并了解其应用。
3. 掌握基尔霍夫第二定律的内容，并了解其应用。

一、复杂电路的基本概念

图 3-1 所示电路只有 3 个电阻、2 个电源，似乎很简单，可是试一试，能用电阻串、并联化简，并用欧姆定律求解吗？显然不能。如果要计算不平衡的直流电桥，也会遇到同样的困难。

不能用电阻串、并联化简求解的电路称为**复杂电路**。

分析复杂电路要应用基尔霍夫定律，为了阐明该定律的含义，先介绍有关的基本术语。

节点 3 条或 3 条以上连接有电气元件的导线的连接点称为节点。图 3-1 所示电路中有 A、B 两个节点。

支路 电路中相邻节点间的分支称为支路。它由一个或几个相互串联的电气元件所构成，且每条支路中除了两个端点外不再有其他节点。图 3-1 所示电路中有 3 条支路，即 GB1、R1 支路，R3 支路，GB2、R2 支路。其中含有电源的支路称为**有源支路**，不含电源的支路称为**无源支路**。

回路和网孔 电路中任一闭合路径都称为回路。一个回路可能只含一条支路，也可能包含几条支路。其中，在电路图中不被其他支路所分割的最简单的回路又称独立回路或网孔。图 3-1 所示电路中有 3 个回路、2 个网孔。

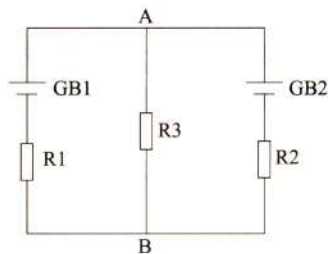


图 3-1 复杂电路示例





小提示

网孔一定是回路，但回路不一定是网孔。



想一想

图 3-2 所示电路中有几条支路？几个节点？几个回路？几个网孔？

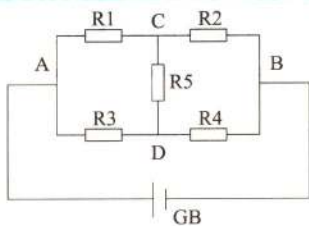


图 3-2 复杂电路示例

二、基尔霍夫第一定律

基尔霍夫第一定律又称**节点电流定律**。它指出：在任一瞬间，流进某一节点的电流之和恒等于流出该节点的电流之和，即

$$\sum I_{\text{进}} = \sum I_{\text{出}}$$

如图 3-3a 所示，对于节点 O 有

$$I_1 + I_2 = I_3 + I_4 + I_5$$

可将上式改写成

$$I_1 + I_2 - I_3 - I_4 - I_5 = 0$$

因此得到

$$\sum I = 0$$

即对任一节点来说，流入和流出该节点各支路电流的代数和恒等于零。

电路的这一特性可用水流的流入、流出类比，即对于水流中的某一节点，流入总水量恒等于流出总水量，如图 3-3b 所示。

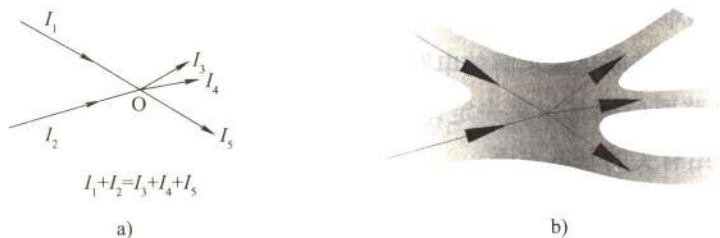


图 3-3 基尔霍夫第一定律

a) 流入总电流 = 流出总电流 b) 流入总水量 = 流出总水量



小提示

在应用基尔霍夫第一定律求解未知电流时，可先任意假设支路电流的参考方向，列出节点电流方程。通常可将流进节点的电流取正，流出节点的电流取负，再根据计算值的正负来确定未知电流的实际方向。有些支路的电流可能是负的，这是由于所假设的电流方向与实际方向相反。

【例 3-1】图 3-4 所示电路中, $I_1 = 2 \text{ A}$, $I_2 = -3 \text{ A}$, $I_3 = -2 \text{ A}$, 求电流 I_4 。

解: 由基尔霍夫第一定律可知

$$I_1 - I_2 + I_3 - I_4 = 0$$

代入已知值

$$2 \text{ A} - (-3 \text{ A}) + (-2 \text{ A}) - I_4 = 0$$

可得

$$I_4 = 3 \text{ A}$$

式中括号外正负号是由基尔霍夫第一定律根据电流的参考方向确定的, 括号内数字前的负号则表示实际电流方向和参考方向相反。

【例 3-2】电路如图 3-5 所示, 求电流 I_3 。

解: 对 A 节点

$$I_1 - I_2 - I_3 = 0$$

因为 $I_1 = I_2$, 所以 $I_3 = 0$ 。

同理, 对 B 节点

$$I_4 - I_5 + I_3 = 0$$

因为 $I_4 = I_5$, 也得 $I_3 = 0$ 。

由此可知, 没有构成回路的单支路电流为零。

基尔霍夫第一定律可以推广应用于任一假设的**闭合面 (广义节点)**。例如, 图 3-6 所示电路中闭合面所包围的是一个三角形电路, 它有 3 个节点。应用基尔霍夫第一定律可以列出:

$$I_A = I_{AB} - I_{CA}$$

$$I_B = I_{BC} - I_{AB}$$

$$I_C = I_{CA} - I_{BC}$$

上面三式相加得

$$I_A + I_B + I_C = 0$$

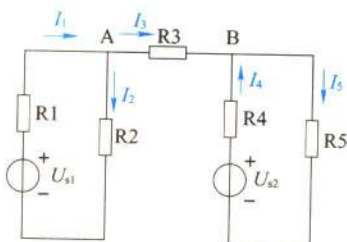


图 3-5

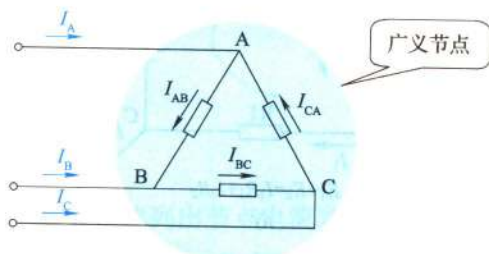


图 3-6 广义节点

或

$$\sum I = 0$$

即流入和流出此闭合面的电流的代数和恒等于零。

【例 3-3】 图 3-6 所示电路中, 若电流 $I_A = 1 \text{ A}$, $I_B = -5 \text{ A}$, $I_{CA} = 2 \text{ A}$, 求电流 I_C 、 I_{AB} 和 I_{BC} 。

解: 由

$$I_A + I_B + I_C = 0$$

可得

$$I_C = 4 \text{ A}$$

$$I_{AB} = I_A + I_{CA} = 1 \text{ A} + 2 \text{ A} = 3 \text{ A}$$

$$I_{BC} = I_{CA} - I_C = 2 \text{ A} - 4 \text{ A} = -2 \text{ A}$$

三、基尔霍夫第二定律

基尔霍夫第二定律又称**回路电压定律**。它指出: 在任一回路中, 各段电路电压降的代数和恒等于零, 用公式表示为:

$$\sum U = 0$$

在图 3-7a 所示电路中, 按虚线方向循环一周, 根据电压与电流的参考方向可列出:

$$U_{AB} + U_{BC} + U_{CD} + U_{DA} = 0$$

即

$$-E_1 + I_1 R_1 - E_2 + I_2 R_2 = 0$$

或

$$E_1 + E_2 = I_1 R_1 + I_2 R_2$$

由此, 可得到基尔霍夫第二定律的另一种表示形式:

$$\sum E = \sum IR$$

即在任一回路循环方向上, 回路中电动势的代数和恒等于电阻上电压降的代数和。

这类似于人们登山, 起止点在同一水平线上时, 攀登的总高度与下降的总高度是恒等的 (图 3-7b)。

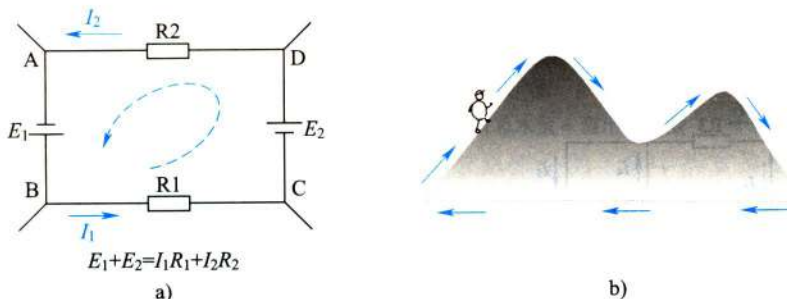


图 3-7 基尔霍夫第二定律

a) 电源电动势之和 = 电阻电压降之和 b) 攀登总高度 = 下降总高度



小提示

在用式 $\sum U = 0$ 时, 凡电流的参考方向与回路循环方向一致者, 该电流在电阻上所产生的电压降取正, 反之取负。电动势也作为电压来处理, 即从电源的正极到负极电压取正, 反之取负。

在用式 $\sum E = \sum IR$ 时, 电阻上电压的规定与用式 $\sum U = 0$ 时相同, 而电动势的正负号则恰好相反, 也就是当循环方向与电动势的方向 (即由电源负极通过电源内部指向正极) 一致时, 该电动势取正, 反之取负。

基尔霍夫第二定律也可以推广应用于不完全由实际元件构成的假想回路。例如, 图 3-8 所示电路中, A、B 两点并不闭合, 但仍可将 A、B 两点间电压列入回路电压方程, 可得

$$\sum U = U_{AB} + I_2 R_2 - I_1 R_1 = 0$$

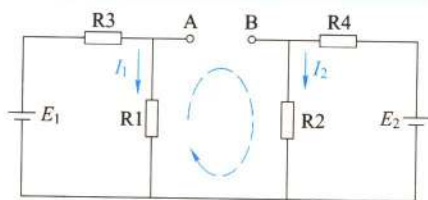


图 3-8 基尔霍夫第二定律应用于假想回路

四、支路电流法

【例 3-4】图 3-9 所示电路中, $E_1 = 18 \text{ V}$, $E_2 = 9 \text{ V}$, $R_1 = R_2 = 1 \Omega$, $R_3 = 4 \Omega$, 求各支路电流。

解: (1) 标出各支路电流参考方向和独立回路的循环方向, 应用基尔霍夫第一定律列出节点电流方程

$$I_1 + I_2 = I_3$$

(2) 应用基尔霍夫第二定律列出回路电压方程

对于回路 1 有 $E_1 = I_1 R_1 + I_3 R_3$

对于回路 2 有 $E_2 = I_2 R_2 + I_3 R_3$

整理得联立方程

$$\begin{cases} I_2 = I_3 - I_1 \\ 1 \Omega \cdot I_1 + 4 \Omega \cdot I_3 = 18 \text{ V} \\ 1 \Omega \cdot I_2 + 4 \Omega \cdot I_3 = 9 \text{ V} \end{cases}$$

(3) 解联立方程得

$$\begin{cases} I_1 = 6 \text{ A} \\ I_2 = -3 \text{ A} \\ I_3 = 3 \text{ A} \end{cases}$$

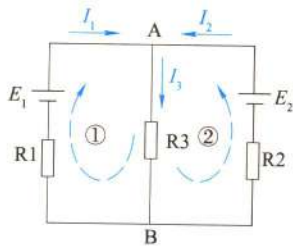


图 3-9

这种以支路电流为未知量, 依据基尔霍夫定律列出节点电流方程和回路电压方程, 然后联立求解的方法称为**支路电流法**。如果电路有 m 条支路、 n 个节点, 即可列出 $(n-1)$ 个独立节点电流方程和 $[m - (n-1)]$ 个独立回路电压方程。



小提示

支路电流参考方向和独立回路循环方向可以任意假设,绕行方向一般取与电动势方向一致,对具有两个以上电动势的回路,则取较大电动势的方向为循环方向。



知识拓展

节点电压法

在例 3-4 电路中,虽然有三条支路,但只有两个节点,求解这一类电路时,可以先求出两个节点间的电压,然后再求各支路电流。

根据全电路欧姆定律,各支路电流分别为

$$I_1 = \frac{E_1 - U_{AB}}{R_1}, \quad I_2 = \frac{E_2 - U_{AB}}{R_2}, \quad I_3 = \frac{U_{AB}}{R_3}$$

根据基尔霍夫第一定律,有

$$\begin{aligned} I_1 + I_2 &= I_3 \\ \frac{E_1 - U_{AB}}{R_1} + \frac{E_2 - U_{AB}}{R_2} &= \frac{U_{AB}}{R_3} \\ \frac{18 \text{ V} - U_{AB}}{1 \Omega} + \frac{9 \text{ V} - U_{AB}}{1 \Omega} &= \frac{U_{AB}}{4 \Omega} \\ U_{AB} &= 12 \text{ V} \end{aligned}$$

可得

由此可计算出各支路电流

$$\begin{aligned} I_1 &= \frac{E_1 - U_{AB}}{R_1} = \frac{18 \text{ V} - 12 \text{ V}}{1 \Omega} = 6 \text{ A} \\ I_2 &= \frac{E_2 - U_{AB}}{R_2} = \frac{9 \text{ V} - 12 \text{ V}}{1 \Omega} = -3 \text{ A} \\ I_3 &= \frac{U_{AB}}{R_3} = \frac{12 \text{ V}}{4 \Omega} = 3 \text{ A} \end{aligned}$$

巩固练习

1. 在图 3-10 所示电路中,支路、节点、回路和网孔数各为多少?

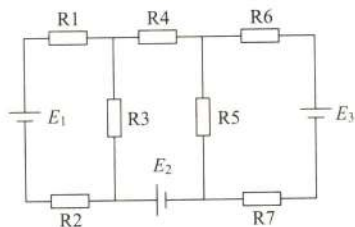


图 3-10

2. 一条线路通过大地构成回路, 如图 3-11 所示, 流进大地的电流 I 和从大地流回电源的电流 I' 是否相等? 为什么?



图 3-11

3. 在图 3-12 中, $E_1 = 1.5 \text{ V}$, $E_2 = 3 \text{ V}$, $R_1 = 75 \Omega$, $R_2 = 12 \Omega$, $R_3 = 100 \Omega$ 。分别求出 R_1 、 R_2 、 R_3 中电流的大小和方向。

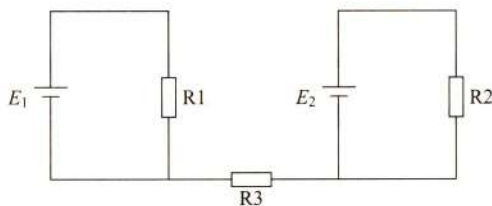


图 3-12

§ 3-2 电压源与电流源的等效变换



学习目标

1. 理解电压源和电流源的特点。
2. 能正确进行电压源和电流源之间的等效变换。

一、电压源

电源接上负载后, 输出电压 (端电压) 的大小为 $U = E - Ir$, 在输出相同电流的条件下, 电源内阻 r 越小, 输出电压越大。若电源内阻 $r = 0$, 则输出电压 $U = E$, 而与输出电流的大小无关。通常把内阻为零的电源称为理想电压源, 又称恒压源, 其符号如图 3-13